DOSSIER D'ESTIU

DE

MATEMÀTIQUES

2n ESO

CURS 13-14

Nom i Cognoms:..

Grup: ....

NOMBRES ENTERS

OPERACIONS COMBINADES DE SUMES I RESTES DE NOMBRES ENTERS

Els nombres enters es poden combinar per mitjà de sumes i restes. Hem de tenir en compte una sèrie de regles:

- Quan el primer sumand és positiu l'escrivim sense signe.
- Quan eliminem els parèntesis, el signe que el precedeix afecta tots els nombres:
  – El signe + **manté** els signes de tots els nombres: $+(-7+2-1+8) = -7+2-1+8$.
  – El signe – **canvia** els signes de tots els nombres: $-(-7+2-1+8) = +7-2+1-8$.

Podem operar de dues maneres:

- Sumem per separat els enters positius i els enters negatius, i fem la resta entre tots dos.
- Fem les operacions en l'ordre en què apareixen.

EXEMPLE

Fes aquestes operacions combinades:

a) $\mathbf{(+7)+(+2)} = 7+2 = 9$

b) $\mathbf{(-4)+(-1)} = -4-1 = -5$

c) Primera manera: $\mathbf{+(-5+3-2+7)} = -5+3-2+7 = -7+10 = +3$
Segona manera: $\mathbf{+(-5+3-2+7)} = -5+3-2+7 = -2-2+7 = -4+7 = +3$

d) Primera manera: $\mathbf{-(-5+3-2+7)} = +5-3+2-7 = 7-10 = -3$
Segona manera: $\mathbf{-(-5+3-2+7)} = +5-3+2-7 = +2+2-7 = +4-7 = -3$

2 **Fes les operacions següents fent servir les regles anteriors.**

Exemple: $(+11)+(-2) = 11-2 = 9$.

a) $(+7)+(+1) =$

b) $(-15)+(-4) =$

c) $(+9)-(-5) =$

d) $(+10)-(+2) =$

e) $(-11)-(-10) =$

f) $(-7)+(+1) =$

3 **Fes les operacions.**

a) $7-5 =$

b) $11-4+5 =$

c) $-9-7 =$

d) $-3+8 =$

e) $-1+8+9 =$

f) $-10+3+7 =$

4 **Calcula.**

a) $5-7+19-20+4-3+10 =$

b) $-(8+9-11) =$

c) $9-11+13+2-4-5+9 =$

d) $-(20+17)-16+7-15+3 =$

5 **Calcula el resultat de les operacions combinades següents.**

a) $8 - (4 - 7) =$

b) $-4 - (5 - 7) - (4 + 5) =$

c) $-(-1 - 2 - 3) - (5 - 5 + 4 + 6 + 8) =$

d) $(-1 + 2 - 9) - (5 - 5) - 4 + 5 =$

e) $(-1 - 9) - (5 - 4 + 6 + 8) - (8 - 7) =$

f) $-4 - (4 + 5) - (8 - 9) + 1 + 6 =$

MULTIPLICACIÓ DE NOMBRES ENTERS

Per multiplicar dos nombres enters seguim aquests passos:

1r En multipliquem els valors absoluts (en la pràctica, els nombre entre ells).

2n Col·loquem al resultat el signe + si tots dos nombres tenen el **mateix signe**, i el signe – si tenen **signes diferents**.

EXEMPLE

$(+5) \cdot (-3) = -15$ } 1r $5 \cdot 3 = 15$; 2n -15, perquè són de signe diferent (positiu i negatiu).

$(-5) \cdot (+3) = -15$ } 1r $5 \cdot 3 = 15$; 2n -15, perquè són de signe diferent (positiu i negatiu).

$(-5) \cdot (-3) = +15$ } 1r $5 \cdot 3 = 15$; 2n $+15$, perquè són del mateix signe (negatius).

$(+5) \cdot (+3) = +15$ } 1r $5 \cdot 3 = 15$; 2n $+15$, perquè són del mateix signe (positius).

DIVISIÓ ENTRE NOMBRES ENTERS

Per dividir dos nombres enters seguim aquests passos:

1r En dividim els valors absoluts (en la pràctica, els nombres entre ells, sempre que la divisió sigui exacta).

2n Col·loquem al resultat el signe + si tots dos tenen el **mateix signe**, i el signe – si tenen **signes diferents**.

EXEMPLE

$(+20) : (-4) = -5$ } 1r $20 : 4 = 5$; 2n -5, perquè són de signe diferent (positiu i negatiu).

$(-20) : (+4) = -5$ } 1r $20 : 4 = 5$; 2n -5, perquè són de signe diferent (positiu i negatiu).

$(-20) : (-4) = +5$ } 1r $20 : 4 = 5$; 2n $+5$, perquè són del mateix signe (negatius).

$(+20) : (+4) = +5$ } 1r $20 : 4 = 5$; 2n $+5$, perquè són del mateix signe (positius).

En les operacions de multiplicació i divisió de nombres enters, fem servir la **regla dels signes**.

MULTIPLICACIÓ	DIVISIÓ
$(+) \cdot (+) = +$ $(-) \cdot (-) = +$ $(+) \cdot (-) = -$ $(-) \cdot (+) = -$	$(+) : (+) = +$ $(-) : (-) = +$ $(+) : (-) = -$ $(-) : (+) = -$

6 **Fes les operacions següents.**

a) $(+7) \cdot (+2) =$

b) $(+12) \cdot (-3) =$

c) $(-10) \cdot (+10) =$

d) $(-5) \cdot (+8) =$

e) $(-1) \cdot (-1) =$

f) $(+5) \cdot (+20) =$

7 **Fes les divisions.**

a) $(+16) : (+2) =$

b) $(-8) : (-1) =$

c) $(-25) : (+5) =$

d) $(-100) : (+10) =$

e) $(+12) : (-3) =$

f) $(+45) : (+9) =$

8 **Calcula les operacions següents, aplicant la regla dels signes.**

a) $(+12) \cdot (-3) =$

b) $(-20) : (-10) =$

c) $(+6) \cdot (-6) =$

d) $(+80) : (-8) =$

e) $(-9) : (-3) =$

f) $(-100) : (+25) =$

g) $(-1) \cdot (-18) =$

h) $(-77) : (-11) =$

i) $(+10) \cdot (+4) =$

j) $(-9) \cdot (+8) =$

k) $(+35) : (+5) =$

l) $(-12) \cdot (+5) =$

9 **Completa els buits amb els nombres enters corresponents.**

a) $(+9) \cdot$ …….. $= -36$

b) …….. $\cdot (+10) = -100$

c) $(+3) \cdot$ …….. $= -15$

d) $(-7) \cdot$ …….. $= +21$

e) $(-30) \cdot$ …….. $= +30$

f) $(-8) \cdot$ …….. $= +16$

g) …….. $\cdot (-8) = -40$

h) $(+6) \cdot$ …….. $= 0$

i) …….. $\cdot (-5) = +25$

10 **Completa els buits amb els nombres enters corresponents.**

a) $(+42) :$ …….. $= -7$

b) $(-20) :$ …….. $= -20$

c) $(+12) :$ …….. $= -4$

d) $(-8) :$ …….. $= +1$

e) …….. $: (-6) = +5$

f) $(-64) :$ …….. $= +8$

g) …….. $: (-9) = +6$

h) $(+9) :$ …….. $= -9$

i) $(-8) :$ …….. $= -2$

PRODUCTE DE POTÈNCIES AMB LA MATEIXA BASE

Per multiplicar potències amb la mateixa base, deixem la mateixa base i sumem els exponents.

EXEMPLE

$2^2 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$ En la pràctica: $2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$.

1 **Expressa amb una sola potència.**

a) $2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^3 = 2^{2+4+3} =$

b) $(-4)^4 \cdot (-4)^4 =$

c) $5^2 \cdot 5^3 =$

d) $(-5)^5 \cdot (-5)^2 =$

e) $6^4 \cdot 6 \cdot 6^3 \cdot 6^2 =$

f) $(-10)^3 \cdot (-10)^3 \cdot (-10)^4 =$

2 **Expressa com un producte de factors les potències següents.**

POTÈNCIA	NRE. DE FACTORS	PRODUCTE DE POTÈNCIES AMB LA MATEIXA BASE
5^5	2	$5^2 \cdot 5^3$
$(-6)^6$	4	
2^9	5	
$(-10)^6$	3	
4^9	4	

Tot nombre el podem expressar com una potència amb exponent 1.

EXEMPLE

$2 = 2^1$ $(-3) = (-3)^1$ $10 = 10^1$ $16 = 16^1$ $(-20) = (-20)^1$

3 **Col·loca els exponents que falten de manera que es compleixi la igualtat.**
(*Hi pot haver diverses solucions en cada cas.*)

a) $2^2 \cdot 2^{\dots} \cdot 2^{\dots} = 2^6$

b) $4^2 \cdot 4^{\dots} \cdot 4^{\dots} \cdot 4^{\dots} = 4^7$

c) $3^{\dots} \cdot 3^{\dots} \cdot 3^{\dots} = 3^5$

d) $5^{\dots} \cdot 5^{\dots} = 5^5$

e) $(-7)^{\dots} \cdot (-7)^{\dots} = (-7)^5$

f) $10^{\dots} \cdot 10^{\dots} = 10^5$

g) $(-2)^4 \cdot (-2)^{\dots} \cdot (-2)^{\dots} = (-2)^8$

h) $10^6 \cdot 10^{\dots} \cdot 10^{\dots} = 10^9$

i) $6^{\dots} \cdot 6^{\dots} \cdot 6^{\dots} = 6^6$

4 **Expressa amb una sola potència.**

a) $\dfrac{3^6}{3^2} = 3^{6-2} = 3^4$

b) $\dfrac{(-4)^6}{(-4)^2} =$

c) $\dfrac{4^4}{4^3} =$

d) $\dfrac{(-7)^3}{(-7)} =$

e) $\dfrac{5^5}{5^3} =$

f) $\dfrac{(-6)^8}{(-6)^6} =$

POTÈNCIA D'EXPONENT ZERO

Una potència d'exponent zero sempre val u.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{2^3}{2^3} = \dfrac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \dfrac{8}{8} = 1 \\[2ex] \dfrac{2^3}{2^3} = 2^{3-3} = 2^0 \end{array}\right\} \boxed{2^0 = 1}$$

Calcula , tenint en compte la prioritat de les operacions:

1. **-2(-8-9)+10:2-4-6=**

2. **-(2+3·3):(11·(2:2))=**

3. **-5+6·3-4:(2-(-2))=**

4. **12-11·2-3:3+4=**

5. **-2·6+1-3(38-52)=**

6. **3-2·11+5·(1- 2)=**

7. **-25:5 – 1+2·(-35) =**

<u>Problemes amb enters:</u>

1. En Joan tenia 20 cromos quan va començar a jugar. En va guanyar 15, però després en va perdre 18 i més tard en va guanyar 12. Quants cromos té ara?

2. La temperatura al matí era de –2ºC i al migdia el termòmetre havia pujat 12ºC. Quina

temperatura marcava el termòmetre en aquests moments del migdia?

3. Un termòmetre marcava al migdia 24ºC i al vespre marcava 4ºC. Quants graus ha baixat la temperatura?

4. Un termòmetre marcava al migdia 6ºC i al vespre marcava –5ºC. Quants graus ha baixat la temperatura?

5. L'altura de l' Everest és de 8.848 m sobre el nivell del mar i la fossa de les Marianes té una fondària de 11.516 m. Quina diferència de nivell existeix entre el pic més alt i la fossa més profunda del nostre planeta?

6. Un ascensor que estava a la planta baixa ha pujat 7 plantes. Després n'ha baixades 3 i finalment n'ha baixades 5. En quina planta es troba ara?

7. La Maite té 45 €, però deu 30 € al seu germà i 25 € a una amiga. Quant deu en total?

8. Aquest matí he sortit de casa amb 50 €. He gastat 15 € al quiosc, 7 € a la drogueria, he cobrat una factura de 20€ i he pagat una factura de 6 €. Amb quants diners he tornat a casa?

9. Un comerciant deu 259 €. Quants diners li falten per tal que pugui dir que té 250 €?

10. Una persona va començar un negoci amb un deute de 18.000 € i, en acabar el negoci

havia pagat el deute i li sobraven 23.000 €. Quantes diners havia guanyat en total?

FRACCIONS

1 Completa la taula següent.

FRACCIÓ	NUMERADOR	DENOMINADOR	HO LLEGIM
$\frac{4}{9}$			
$\frac{7}{12}$			
$\frac{12}{16}$			
$\frac{10}{25}$			
$\frac{3}{4}$			

2 Completa la taula següent.

FRACCIÓ	$\frac{6}{10}$			
NUMERADOR	6			
DENOMINADOR	10			
HO LLEGIM		Onze sisens	Quinze tretzens	Dos cinquens

LA FRACCIÓ COM A VALOR DECIMAL

Quan dividim el numerador entre el denominador obtenim un nombre decimal, que és el valor numèric de la fracció.

Si vull repartir 7 taronges entre 2 nens $\left(\frac{7}{2}\right)$, quantes en tocaran a cada nen?

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ \hline 10 & 3{,}5 \\ 0 & \end{array}$$

- Li tocarien 3 taronges senceres a cada nen.
- En sobra una, de manera que entre dos nens, toca mitja taronja (0,5) per a cadascun.

$$\boxed{\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3{,}5}$$

4 Troba l'expressió decimal de les fraccions següents.

a) $\frac{4}{5}$　　c) $\frac{3}{15}$　　e) $\frac{9}{4}$

b) $\frac{10}{20}$　　d) $\frac{5}{10}$　　f) $\frac{15}{20}$

LA FRACCIÓ D'UNA QUANTITAT

Un bidó de 20 litres de vi està ple fins als dos cinquens de la seva capacitat. Quants litres conté?

Hem de trobar el que val $\frac{2}{5}$ de 20, és a dir, una fracció d'una quantitat.

Ho podem fer de dues maneres:

$\boxed{\frac{2}{5} \text{ de } 20}$

a) Multipliquem la quantitat pel numerador i ho dividim entre el denominador.
b) Dividim la quantitat entre el denominador i ho multipliquem pel numerador.

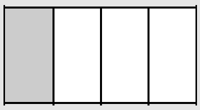
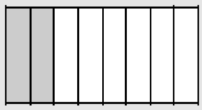
Ho comprovem:

a) $(20 \cdot 2) : 5 = 40 : 5 = 8$ litres és el que conté el bidó.
b) $(20 : 5) \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$ litres és el que conté el bidó.

6 **En una excursió de senderisme els alumnes de 2n d'ESO han fet els $\frac{2}{3}$ de la marxa programada, que és de 6.000 metres de longitud. Quina distància han recorregut?**

FRACCIONS EQUIVALENTS

- Equivalent és sinònim d'«igual», que té el mateix valor, o que representa la mateixa quantitat.
  Així doncs, $\frac{1}{4}$ i $\frac{2}{8}$ són fraccions equivalents.
- Tenen el mateix valor: $\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0{,}25$ $\quad\frac{2}{8} = 2 : 8 = 0{,}25$
- Representen la mateixa quantitat:

$\frac{1}{4}$  $\frac{2}{8}$ 

- Generalment, per comprovar si dues fraccions són equivalents multipliquem en creu, i obtenim el mateix resultat.

$\frac{1}{4} \times \frac{2}{8}$ $\qquad \underbrace{1 \cdot 8}_{8} = \underbrace{4 \cdot 2}_{8}$

1 **Comprova si les fraccions següents són equivalents** ***(fes servir el criteri del valor numèric).***

a) $\frac{1}{3}$ i $\frac{4}{12}$ $\qquad$ b) $\frac{3}{6}$ i $\frac{9}{18}$

2 **Comprova si les fraccions són equivalents** ***(fes servir la representació gràfica).***

a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{4}{6}$ $\qquad$ b) $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{4}$

3 **Troba el terme que falta perquè aquestes fraccions siguin equivalents.**

a) $\frac{}{2} = \frac{8}{16} = \frac{}{12}$

c) $\frac{2}{5} = \frac{}{20} = \frac{6}{}$

b) $\frac{}{7} = \frac{3}{21} = \frac{2}{}$

d) $\frac{3}{8} = \frac{6}{} = \frac{}{40}$

PROPIETAT FONAMENTAL DE LES FRACCIONS

- Si multipliquem o dividim el numerador i el denominador d'una fracció per un mateix nombre, obtenim una fracció equivalent i el valor de la fracció no varia.
- $\frac{2}{5}$ *multipliquem numerador i denominador per 3*: $\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15} \rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{6}{15} \rightarrow 2 \cdot 15 = 5 \cdot 6$
- $\frac{18}{12}$ *dividim numerador i denominador entre 6*: $\frac{18 : 6}{12 : 6} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{18}{12} \times \frac{3}{2} \rightarrow 18 \cdot 2 = 12 \cdot 3$

  – Si multipliquem, fem servir el terme **amplificar**.

  – Si dividim, fem servir el terme **simplificar**. Una fracció que no podem simplificar l'anomenem **fracció irreductible**.

4 **Escriu fraccions equivalents a la donada mitjançant amplificació** ***(multiplica el numerador i el denominador pel mateix nombre).***

a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{} = \frac{4}{} = \frac{}{36} = \frac{}{}$

c) $\frac{5}{7} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

b) $\frac{2}{5} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

d) $\frac{3}{2} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

5 **Escriu fraccions equivalents a la donada mitjançant simplificació** ***(divideix el numerador i el denominador entre el mateix nombre).***

a) $\frac{20}{40} = \frac{10}{20} = \frac{5}{}$

c) $\frac{48}{16} = \frac{24}{} = \frac{}{}$

b) $\frac{20}{30} = \frac{}{} = \frac{}{}$

d) $\frac{30}{35} = \frac{}{} = \frac{}{}$

7 **Escriu.**

a) Una fracció equivalent a $\frac{2}{4}$ que tingui 6 com a numerador.

b) Una fracció equivalent a $\frac{3}{5}$ que tingui 15 com a denominador.

8 **Completa la taula següent.**

FRACCIÓ	$\frac{20}{30}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{7}{9}$
ÉS IRREDUCTIBLE?				
FRACCIONS EQUIVALENTS (simplificació)				

COMPARACIÓ DE FRACCIONS

En Jordi, l'Araceli i en Lluc s'han comprat el mateix nombre de sobres de cromos. En Jordi n'ha enganxat dos terços; l'Araceli, la meitat, i en Lluc, tres quarts. Qui n'ha enganxat més?

Els passos que hem de seguir són:

1r Obtenir fraccions equivalents i trobar les que tenen el mateix denominador.

2n Comparar-ne els numeradors. La fracció que tingui el numerador més gran serà la més gran.

1r Jordi: $\frac{2}{3}$ Fraccions equivalents: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15}, \ldots$

Araceli: $\frac{1}{2}$ Fraccions equivalents: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14}, \ldots$

Lluc: $\frac{3}{4}$ Fraccions equivalents: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{6}, \ldots$

$\frac{8}{12}, \frac{6}{12}$ i $\frac{9}{12}$ tenen el mateix denominador.

2n Ordenem les fraccions, de més gran a més petita, amb el símbol «més gran que», >.

$$\frac{9}{12} > \frac{8}{12} > \frac{6}{12} \rightarrow \frac{3}{4} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

En Lluc és qui ha enganxat més cromos, després, en Jordi i, per últim, l'Araceli.

9 **Ordena, de més petita a més gran (<), les fraccions:** $\frac{4}{20}, \frac{8}{20}, \frac{6}{20}, \frac{5}{20}, \frac{1}{20}, \frac{9}{20}, \frac{3}{20}, \frac{10}{20}$.

10 **Una herència s'ha repartit d'aquesta manera entre tres germans: Pere,** $\frac{1}{4}$; **Carme,** $\frac{7}{12}$, **i Olga,** $\frac{1}{6}$.

a) A qui li toca la part més gran de l'herència?

b) A qui li toca la més petita?

SUMA I RESTA DE FRACCIONS AMB EL MATEIX DENOMINADOR

Per sumar i restar fraccions amb el mateix denominador, sumem o restem els numeradors i mantenim el mateix denominador.

$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5+2}{8} = \frac{7}{8}$

$\frac{5}{8}$ + $\frac{2}{8}$ = $\frac{7}{8}$

$\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{7-2}{8} = \frac{5}{8}$

$\frac{7}{8}$ − $\frac{2}{8}$ = $\frac{5}{8}$

1 **Calcula.**

a) $\frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{}{}$

b) $\frac{6}{8} - \frac{3}{8} = \frac{}{}$

c) $\frac{6}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{}{}$

d) $\frac{4}{7} + \frac{1}{7} - \frac{2}{7} = \frac{}{}$

e) $\frac{3}{13} + \frac{4}{13} + \frac{}{13} = \frac{9}{}$

f) $\frac{4}{11} + \frac{6}{11} - \frac{}{11} = \frac{5}{}$

2 **Fes aquestes operacions.**

a) $\left(\frac{4}{9} + \frac{2}{9}\right) + \frac{1}{9} =$

b) $\frac{17}{9} - \left(\frac{12}{9} - \frac{10}{9}\right) =$

c) $\left(\frac{15}{10} - \frac{6}{10}\right) - \frac{5}{10} =$

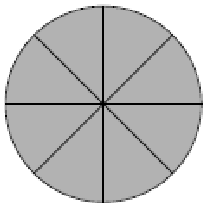
d) $\frac{5}{8} + \left(\frac{7}{8} - \frac{4}{8}\right) =$

3 **D'un pastís de gerds, la Carme en menja dos vuitens; en Lluís, tres vuitens, i la Clara, un vuitè.**

a) Quants vuitens han menjat entre tots tres?

b) L'Eva va arribar tard al berenar. Quant li'n van deixar?

Expressa el problema gràficament i numèricament.



4 **En una bossa hi ha 50 cromos: $\frac{24}{50}$ de la bossa són d'automòbils, $\frac{16}{50}$ són d'avions i la resta són de motos. Calcula:**

a) La fracció de cromos d'automòbils i d'avions.

b) La fracció de cromos de motos.

SUMA I RESTA DE FRACCIONS AMB DENOMINADOR DIFERENT

Per sumar o restar fraccions amb denominador diferent, seguim aquests passos.

1r Busquem fraccions equivalents que tinguin el mateix denominador.

2n Sumem o restem els numeradors i deixem el mateix denominador.

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\left\{\begin{array}{l}\text{Equivalents a } \frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{12}}=\frac{4}{16}=\frac{5}{20}\ldots\\[2ex] \text{Equivalents a } \frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}}=\frac{10}{15}\ldots\end{array}\right\}\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\frac{3}{12}+\frac{8}{12}=\frac{3+8}{12}=\frac{11}{12}$$

Observa que 12 és el nombre múltiple comú de 4 i 3 (m.c.m.).

$$\frac{7}{5}-\frac{3}{4}=\left\{\begin{array}{l}\text{Equivalents a } \frac{7}{5}=\frac{14}{10}=\frac{21}{15}=\frac{\mathbf{28}}{\mathbf{20}}=\frac{35}{25}\ldots\\[2ex] \text{Equivalents a } \frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{20}}\ldots\end{array}\right\}\frac{7}{5}-\frac{3}{4}=\frac{28}{20}-\frac{15}{20}=\frac{28-15}{20}=\frac{13}{20}$$

Observa que 20 és el nombre múltiple comú de 5 i 4 (m.c.m.).

5 **Completa i fes les operacions.**

a) $\frac{3}{5}+\frac{2}{4}=\frac{\quad}{20}+\frac{\quad}{20}=$

c) $\frac{7}{9}-\frac{4}{6}=\frac{\quad}{18}-\frac{\quad}{18}=$

e) $\frac{2}{4}+\frac{3}{4}+\frac{4}{3}=$

b) $\frac{4}{6}-\frac{3}{9}=$

d) $\frac{1}{3}+\frac{2}{7}=$

f) $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}-\frac{1}{3}=$

6 **Calcula** *(en operacions combinades, primer resolem els parèntesis).*

a) $\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{15}=$

c) $\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{10}\right)-\frac{5}{10}=$

b) $\frac{7}{3}-\left(\frac{12}{9}-\frac{10}{9}\right)=$

d) $\frac{5}{8}+\left(\frac{3}{4}-\frac{4}{8}\right)=$

7 **D'un barril de cervesa, en David en treu dos cinquens del contingut, i l'Empar, un terç. Expressa-ho numèricament i gràficament.**

a) Quina fracció de cervesa n'han tret entre tots dos?

b) Qui ha tret més cervesa?

PRODUCTE DE FRACCIONS

El producte de dues fraccions o més és una altra fracció el numerador de la qual és el producte dels numeradors, i el denominador és el producte dels denominadors (producte en paral·lel).

EXEMPLE

$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{6}{20}$ Sempre que sigui possible, simplifiquem el resultat: $\frac{6}{20} = \frac{6:2}{20:2} = \frac{3}{10}$.

1 **Calcula els següents productes de fraccions.**

a) $\frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} =$

b) $\frac{5}{3} \cdot \frac{4}{7} =$

c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} =$

d) $\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} =$

2 **Calcula i simplifica el resultat sempre que sigui possible.**

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 1}{} =$

b) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} =$

c) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{2} =$

d) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} =$

3 **En una capsa de rellotges, $\frac{2}{5}$ són de color blau i $\frac{3}{4}$ d'aquests són submergibles. Quina fracció total representen els rellotges blaus submergibles?**

$\frac{3}{4}$ **de** $\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{}{}$

PRODUCTE D'UNA FRACCIÓ PER UN NOMBRE

Per multiplicar una fracció per un nombre, multipliquem el nombre pel numerador de la fracció i deixem el mateix denominador (tot nombre està dividit per la unitat).

EXEMPLE

$$\frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{8}{5}$$

4 **Calcula i simplifica el resultat sempre que sigui possible.**

a) $\frac{2}{3} \cdot 6 =$

b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{10} \cdot 5 =$

5 **Calcula la fracció que falta en cada cas perquè es compleixi la igualtat *(si pots, simplifica).***

a) $\frac{5}{8} \cdot \frac{\quad}{\quad} = \frac{20}{56} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{\quad}{\quad} \cdot \frac{4}{10} = \frac{24}{20} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{\quad}{\quad} = \frac{1}{9}$

d) $\frac{\quad}{\quad} \cdot \frac{2}{7} = \frac{14}{21} = \frac{\quad}{\quad}$

DIVISIÓ DE FRACCIONS

La divisió de dues fraccions és una altra fracció el numerador i el denominador de la qual és el producte creuat dels termes de les fraccions donades (producte en creu).

EXEMPLE

$\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}\;\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{12}{10}$ Sempre que sigui possible, simplifiquem el resultat: $\frac{12}{10} = \frac{12:2}{10:2} = \frac{6}{5}$.

6 **Calcula i simplifica sempre que es pugui.**

a) $\frac{3}{6} : \frac{8}{12} = \frac{3 \cdot 12}{6 \cdot 8} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{7}{3} : \frac{1}{2} =$

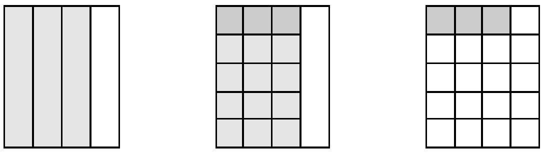
c) $\frac{1}{5} : \frac{3}{6} =$

d) $\frac{4}{6} : \frac{2}{5} =$

e) $\frac{4}{6} : \frac{3}{7} =$

f) $\frac{5}{3} : \frac{5}{3} =$

7 **Volem repartir tres quartes parts d'una capsa de llaminadures entre 5 amics. Quina part de la fracció li correspon a cadascun?**



$\frac{3}{4} \quad : \quad 5 \quad = \quad \frac{3}{20}$

$\frac{3}{4}$ **dividit entre** $\frac{5}{1} \longrightarrow \frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4} : \frac{5}{\quad} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot \quad} = \frac{3}{\quad}$

8 **Calcula.**

a) $\frac{2}{3} : \frac{8}{12} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 8} = \frac{\quad}{\quad} =$

b) $\frac{3}{6} : 2 =$

c) $\frac{3}{6} : \frac{2}{7} =$

d) $\frac{2}{7} : \frac{3}{6} =$

e) $\frac{2}{5} : 2 =$

f) $\frac{6}{3} : 3 =$

12 Fes les operacions combinades de fraccions següents i simplifica sempre que sigui possible.
(Recorda l'ordre de les operacions: parèntesis, multiplicacions i/o divisions, sumes i/o restes.)

a) $\left(\frac{5}{4}+\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{7}-\frac{2}{7}\right)=$

b) $\left(\frac{5}{4}\cdot\frac{3}{4}\right):\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)=$

c) $\left(\frac{7}{3}:\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}\right)=$

EXPRESSIONS ALGEBRAIQUES I EQUACIONS

LLENGUATGE NUMÈRIC I LLENGUATGE ALGEBRAIC

- El llenguatge en què intervenen nombres i signes d'operacions l'anomenem **llenguatge numèric**.
- El llenguatge que combina lletres amb nombres i signes d'operacions aritmètiques l'anomenem **llenguatge algebraic**.

EXEMPLE

Llenguatge usual	Llenguatge numèric
Catorze dividit entre set	$14:7$
Dos elevat al quadrat	2^2
La tercera part de 18	$\frac{18}{3}$

Llenguatge usual	Llenguatge algebraic
La suma de dos nombres	$a+b$
Un nombre menys 3 unitats	$y-3$
El quadrat d'un nombre	b^2
La meitat d'un nombre	$\frac{x}{2}$

1 Expressa amb llenguatge numèric o llenguatge usual.

LLENGUATGE USUAL	LLENGUATGE NUMÈRIC
La suma d'onze més nou és vint	
Cent dividit entre vint	
La quarta part de vint és cinc	
Dos elevat al cub és vuit	
	$32:8$
	$3\cdot4$

2 **Uneix cada enunciat amb el seu equivalent en llenguatge algebraic.**

a) La meitat d'un nombre.	$(m+n)^2$
b) El triple d'un nombre menys cinc unitats.	$n-1$
c) El nombre anterior a un nombre enter.	$2 \cdot (a+b+c)$
d) El nombre posterior a un nombre enter.	$x+1$
e) El quadrat de la suma de dos nombres.	$\frac{m}{2}$
f) El doble de la suma de tres nombres.	$3 \cdot b - 5$

EXPRESSIÓ ALGEBRAICA

Una **expressió algebraica** és un conjunt de nombres i lletres units amb els signes de les operacions matemàtiques.

EXEMPLE

Expressió escrita	Expressió algebraica
La suma de dos nombres menys dos	$x+y-2$
El triple d'un nombre més cinc	$3 \cdot x + 5$
El quadrat d'un nombre més una unitat	x^2+1

3 **Escriu aquests enunciats com a expressió algebraica.**

a) El doble d'un nombre *b*.

b) El doble de la suma de dos nombres *m* i *n*.

c) El quadrat d'un nombre *x* més 4 unitats.

d) El producte de tres nombres *a*, *b* i *c*.

e) El doble d'un nombre *y* més 3 unitats.

4 **Relaciona cada enunciat amb la seva expressió algebraica.**

a) El doble d'un nombre més dues unitats.	$x-5$
b) Un nombre disminuït en cinc unitats.	$\frac{x}{3}$
c) La tercera part d'un nombre.	$2 \cdot x + 2$
d) El cub d'un nombre.	$x+10$
e) El doble d'un nombre.	$2x$
f) Un nombre augmentat en deu unitats.	x^3
g) La diferència de dos nombres.	$x+1$
h) El nombre següent a un nombre enter.	$x-y$

5 Si x és l'edat d'en Joan, expressa en llenguatge algebraic.

LLENGUATGE USUAL	LLENGUATGE ALGEBRAIC
Quants anys tenia l'any passat	
Quants anys tindrà d'aquí a un any	
L'edat que tenia fa 5 anys	
L'edat que tindrà d'aquí a 5 anys	
Els anys que falten perquè en tingui 70	

VALOR NUMÈRIC D'UNA EXPRESSIÓ ALGEBRAICA

El **valor numèric** d'una expressió algebraica és el nombre que obtenim quan substituïm les lletres per nombres i fem les operacions que s'hi indiquen.

EXEMPLE

Troba el valor numèric de l'expressió algebraica $3x + 2$ per a $x = 1$.

Substituïm x per 1 en l'expressió algebraica i fem les operacions:

$$x = 1 \rightarrow 3 \cdot 1 + 2 = 3 + 2 = 5$$

El valor numèric de $3x + 2$, per a $x = 1$ és 5.

7 Troba el valor numèric de l'expressió algebraica $2x + 1$ per a aquests valors:

VALOR	SUBSTITUCIÓ	OPERACIÓ	VALOR NUMÈRIC
$x = 0$	$2 \cdot (0) + 1$	$2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1$	1
$x = 2$			
$x = -1$			
$x = -2$			

8 Calcula el valor numèric d'aquestes expressions per als valors que s'indiquen.

VALORS	$x + y$	$2x - 3y$	$(x + y)^2$
$x = 1 \quad y = 0$	$1 + 0 = 1$	$2 \cdot 1 - 3 \cdot 0 =$	$(1 + 0)^2 = (1)^2 =$
$x = -1 \quad y = 2$			
$x = 1 \quad y = -2$			
$x = -2 \quad y = 3$			
$x = -1 \quad y = -1$			

3 Completa la taula següent.

MONOMI	COEFICIENT	PART LITERAL	GRAU
$-3x$	-3	x	1
$-2a^3b$			
$-2ab$			
xyz			
$7ab^2c^3$			
$6y^2z$			

MONOMIS SEMBLANTS

Dos o més **monomis** són **semblants** quan tenen la mateixa part literal.

EXEMPLE

$5x$; $2x$ són monomis semblants, perquè tenen la mateixa part literal (x).

$3xy^2$; $-xy^2$ són monomis semblants, perquè tenen la mateixa part literal (xy^2).

x^2y^3; xy^2 no són monomis semblants.

4 Escriu dos monomis semblants per a cada monomi.

MONOMI	MONOMIS SEMBLANTS
$-5x$	
$-ab$	
$-2yx^3$	
$-3y^2z^3$	
$\frac{2}{3}a^2b$	
$5xy$	

SUMA I RESTA DE MONOMIS

- La **suma i resta de monomis** només la podem fer quan els monomis són semblants.
- Per sumar o restar monomis semblants sumem o restem els coeficients i deixem la mateixa part literal.

EXEMPLE

$\mathbf{2x} + \mathbf{x} = (2 + 1)x = 3x$

$\mathbf{2x} + \mathbf{y} \rightarrow$ La suma la deixem indicada, perquè no són monomis semblants.

5 Fes les operacions següents.

a) $a + a + a + a =$

b) $2x^2 + x^2 + x^2 =$

c) $5mn - mn - 4mn =$

d) $5x - 3x - x =$

e) $-5x^3 - 3x^3 =$

f) $p - 2p + 5p =$

MULTIPLICACIÓ DE MONOMIS

El **producte de dos o més monomis** és un altre monomi el coeficient del qual és el producte dels coeficients i la part literal del qual és el producte de les parts literals.

EXEMPLE

$\mathbf{3x \cdot 2x} = (3 \cdot 2) \cdot x \cdot x = 6x^2$

$\mathbf{4x \cdot (-2x^2)} = [4 \cdot (-2)] \cdot x \cdot x^2 = -8x^3$

9 Fes aquestes multiplicacions.

a) $4a \cdot 3a =$

b) $3x^2 \cdot 3x^2 =$

c) $-2x \cdot (-5x) =$

d) $3x^2 \cdot (-3x^2) =$

e) $m \cdot m^2 =$

f) $\frac{2}{3}x \cdot \frac{3}{5}x^2 =$

10 Calcula i redueix.

a) $4x(2x - 5) = 4x \cdot 2x - 4x \cdot 5 = 4 \cdot 2 \cdot x \cdot x - 4 \cdot 5 \cdot x = 8x^2 - 20x$

b) $3(2x + 3x^2) =$

c) $2a(4a^3 - 3a^2) =$

d) $(3 - ab + ab^2)2a =$

e) $2(x^2 + 3x) - 2x =$

f) $-3x(x^3 - 2x + 4) - 12x =$

2 Indica el valor de x perquè es compleixi la igualtat.

EQUACIÓ	PREGUNTA	VALOR DE *x*
$15 - x = 12$	Quin nombre restat a 15 dóna 12?	$x =$
$10 + x = 14$		
$11 - x = 10$		
$2 + x = 9$		
$16 - x = 4$		

3 Calcula mentalment el valor de *x* perquè es compleixi la igualtat.

a) $x - 1 = 2$

b) $x + 7 = 15$

c) $x - 3 = 6$

d) $-x + 10 = 5$

e) $x + 4 = 12$

f) $-x - 6 = -10$

TRANSPOSICIÓ DE TERMES

- Si als dos dels membres d'una equació els **sumem o restem un mateix nombre** o expressió algebraica, obtenim una altra equació equivalent a la donada.
- Si als dos dels membres d'una equació els **multipliquem o dividim per un mateix nombre diferent de zero**, obtenim una equació equivalent a la donada.

EXEMPLE

Resol l'equació $x - 4 = 10$.

Sumem 4 en tots dos membres $\longrightarrow$ $x - 4 + 4 = 10 + 4$

$x = 14$

Resol l'equació $x + 2x = 4 + 2x + 5$.

Restem $2x$ en tots dos membres $\longrightarrow$ $x + 2x - 2x = 4 + 2x - 2x + 5$

$x = 4 + 5$

$x = 9$

Resol l'equació $3x = 12$.

Dividim tots dos membres entre 3 $\longrightarrow$ $\dfrac{3x}{3} = \dfrac{12}{3} \rightarrow x = 4$

Resol l'equació $\dfrac{5x}{4} = 10$.

Multipliquem per 4 tots dos membres $\longrightarrow$ $\dfrac{5x}{4} \cdot 4 = 10 \cdot 4 \rightarrow 5x = 40$

Dividim tots dos membres entre 5 $\longrightarrow$ $\dfrac{5x}{5} = \dfrac{40}{5} \rightarrow x = 8$

6 **Tempteja i troba la solució de les equacions següents.**

a) $x - 2 = 2$

b) $4 + x = -2$

c) $x - 1 = -5$

d) $\dfrac{x}{2} = 4$

e) $x - 4 = 1$

f) $-1 + x = -3$

g) $-2 - x = -4$

h) $\dfrac{x}{18} = -6$

i) $2x - 1 = 3$

j) $3x = -15$

k) $-2x - 4 = 10$

l) $\dfrac{2x}{5} = 2$

1 **Resol les equacions següents aplicant la transposició de termes.**

a) $3x = 15$

b) $x + 6 = 14$

c) $-10 = -x + 3$

d) $2x + 6 = 20 + 6 + x$

e) $2x + 4 = 16$

f) $-4x - 4 = -20 - x$

2 **Resol les equacions següents.**

a) $2x - 5 = 3$

b) $x = -15 - 4x$

c) $-x - 4 = 10$

d) $3x + 8 = 12 - x$

MÈTODE GENERAL DE RESOLUCIÓ D'EQUACIONS

Resol l'equació $2(x - 4) - (6 + x) = 3x - 4$.

Per resoldre una equació és convenient seguir aquests passos.

1r Eliminem parèntesis. $2x - 8 - 6 - x = 3x - 4$

2n Reduïm termes semblants. $x - 14 = 3x - 4$

3r Transposem termes.

Restem x en tots dos membres. $x - x - 14 = 3x - x - 4$

$-14 = 2x - 4$

Sumem 4 en tots dos membres. $-14 + 4 = 2x - 4 + 4$

$-10 = 2x$

4t Aïllem la incògnita.

Dividim tots dos membres entre 2. $\dfrac{-10}{2} = \dfrac{2x}{2} \rightarrow -5 = x$

3 **Resol aquestes equacions.**

a) $4 - x = 2x + 3x - 5x$

e) $2(x + 5) = 3(x + 1) - 3$

b) $2x - 9 = 3x - 17$

f) $3(x - 3) - 5(x - 1) - 6x$

c) $3x + 8 - 5(x - 1) = 2(x + 6) - 7x$

g) $3(x + 2) + 4(2x + 1) = 11x - 2(x + 6)$

d) $3(3x + 1) - (x - 1) = 6(x + 10)$

h) $5(x - 4) + 30 = 4(x + 6)$

RESOLUCIÓ D'EQUACIONS AMB DENOMINADORS

Resol l'equació $\frac{2x-1}{3} = \frac{x-3}{2} + \frac{3x-7}{4}$.

Per resoldre una equació amb denominadors és convenient seguir aquests passos.

1r Eliminem denominadors.

$$\text{m.c.m. } (3, 2, 4) = 3 \cdot 2^2 = 12$$

$$12 \cdot \frac{2x-1}{3} = 12 \cdot \frac{x-3}{2} + 12 \cdot \frac{3x-7}{4}$$

$$4(2x - 1) = 6(x - 3) + 3(3x - 7)$$

2n Eliminem parèntesis.

$$8x - 4 = 6x - 18 + 9x - 21$$

3r Reduïm termes semblants

$$8x - 4 = 15x - 39$$

4t Transposem termes.

Restem $8x$ en tots dos membres.

$$8x - 4 - 8x = 15x - 39 - 8x$$
$$-4 = 7x - 39$$

Sumem 39 en tots dos membres.

$$-4 + 39 = 7x - 39 + 39$$
$$35 = 7x$$

5è Aïllem la incògnita.

Dividim tots dos membres entre 7.

$$\frac{35}{7} = \frac{7x}{7} \rightarrow x = 5$$

1. RESOL:

b) $5 - \frac{x-2}{4} = 4 + \frac{x-3}{2}$

c) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 30$

2. Resol les següents equacions:

a) $x - 1 = 2x + 3$

b) $5x + 3 = 51 - x$

c) $2 - x + 3 = 5x - 1 - 7x$

d) $a + 3 = 11 - 3a$

e) $5 + 2m - 50 = m + 7$

f) $3x - 6 + 2x = 1 - 3x + 25$

g) $x + 3 - 2x = x - 9$

h) $2t + 5 - 3t + 4 = 5t - 33$

i) $x - 10(1 - x) = 3 - 3x$

j) $5(x + 3) = 4(2 - x)$

k) $-4(x + 3) = 5(x + 2) - 7x$

l) $5 - 2(m - 50) = 3(m + 75)$

m) $x + 7(6 - x) = 6 - 12x$

3.- En els següents exercicis, planteja l'equació per trobar el número buscat.

a) El doble d'un nombre menys 24, és 39. Quin és el nombre?

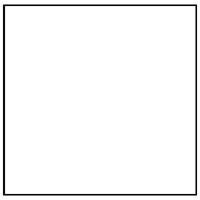
b) El triple d'un nombre més 5 dóna 35. Quin és el nombre?

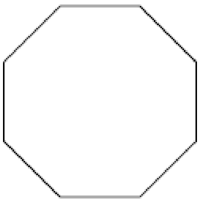
c) La meitat de n més dos, dóna 352. Quant val n?

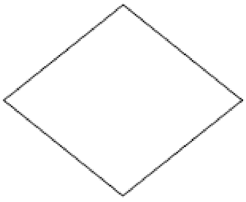
d) Si restes 20 a un nombre i en sumes cinc obtens el 10. Calcula el nombre.

GEOMETRIA

8 **Assenyala i anomena els vèrtexs i els costats dels polígons, i dibuixa els angles i les diagonals.**





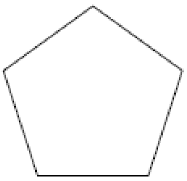


PERÍMETRE D'UN POLÍGON

El perímetre d'un polígon és la mida del seu contorn. Per calcular-lo en **sumem els costats**. L'expressem amb la lletra *P*.

11 **Troba el perímetre dels polígons regulars següents. Fes un dibuix a escala de cada figura.**

a) Pentàgon, de 5 cm de costat.



b) Triangle, de 3 cm de costat.

c) Hexàgon, de 7 cm de costat.

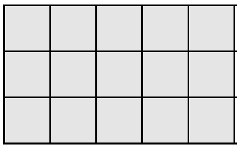
d) Quadrat, de 10 cm de costat.

ÀREA D'UNA FIGURA

- L'àrea d'una figura és la mida de la seva superfície i indica el nombre de vegades que conté la unitat de superfície.
- El valor de l'àrea depèn de la unitat de mesura que prenguem.
- Ho expressem amb la lletra *A*.

EXEMPLE

Prenent com a unitat de superfície un quadradet ☐, calcula l'àrea de la figura següent.

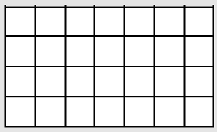


- La figura conté 15 ☐.
- La seva àrea és: $A = 15$ unitats de superfície.

- Si cada quadradet tingués 1 cm de costat, la seva àrea seria 1 cm^2 ☐ ↕ 1 cm
- I l'àrea de la figura seria 15 cm^2.

ÀREA DEL RECTANGLE

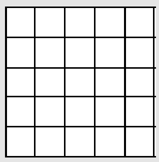
- El rectangle de la figura feta a escala té 28 quadrats d'1 cm^2 cadascun.
- Són 7 columnes i 4 files.
- Per trobar l'àrea del rectangle multipliquem la longitud de la base per la longitud de l'altura.



Àrea rectangle = base · altura $\rightarrow A = b \cdot h = 7\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 28\text{ cm}^2$

ÀREA DEL QUADRAT

- El quadrat de la figura a escala conté 25 quadrats d'1 cm^2.
- Són 5 columnes i 5 files.
- Per trobar l'àrea del quadrat multipliquem la longitud d'un costat per la longitud de l'altre costat.



Àrea quadrat = costat · costat $\rightarrow A = c \cdot c = 5\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 25\text{ cm}^2$

2 **Calcula l'àrea d'aquests rectangles i fes un dibuix representatiu.**

a) Base = 10 cm Altura = 4 cm

b) Base = 12 cm Altura = 6 cm

3 **Determina l'àrea dels quadrats i fes un dibuix representatiu.**

a) Costat = 4 cm

b) Costat = 8 cm

4 **Un rectangle té 36 cm^2 d'àrea i 12 cm de base. Calcula.**

a) L'altura del rectangle.

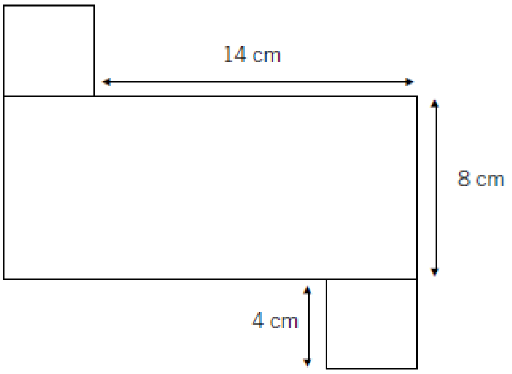
b) El perímetre del rectangle.

5 **Si un quadrat té 64 cm^2 d'àrea, troba:**

a) El costat del quadrat.

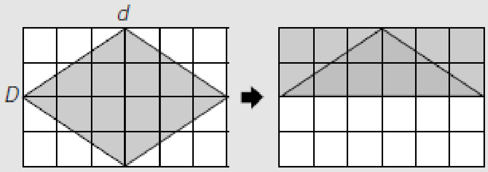
b) El perímetre del quadrat.

6 **Troba l'àrea d'aquest figura, composta per dos quadrats iguals i un rectangle.**



ÀREA DEL ROMBE

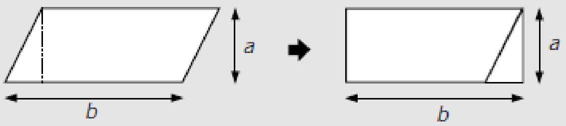
L'àrea del rombe és el producte de la base per l'altura.
El rombe ocupa la meitat de la superfície del rectangle.



$$\text{Àrea rombe} = \frac{\text{diagonal gran} \cdot \text{diagonal petita}}{2} = \frac{D \cdot d}{2}$$

ÀREA DEL ROMBOIDE

El romboide el podem transformar en rectangle.
L'àrea d'un romboide és l'àrea d'un rectangle amb la mateixa base i altura.



$$\text{Àrea romboide} = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot h$$

7 **Calcula l'àrea dels rombes següents i fes-ne un dibuix representatiu a escala.**

a) Diagonal gran = 7 cm
Diagonal petita = 3 cm

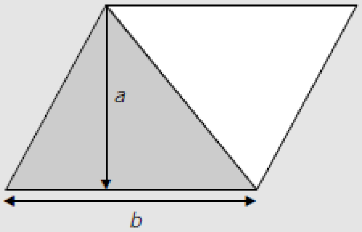
b) Diagonal gran = 10 cm
Diagonal petita = 5 cm

8 **Calcula l'àrea d'aquests romboides i fes-ne un dibuix representatiu a escala.**

a) Base = 8 cm
Altura = 2 cm

b) Base = 12 cm
Altura = 5 cm

ÀREA DEL TRIANGLE

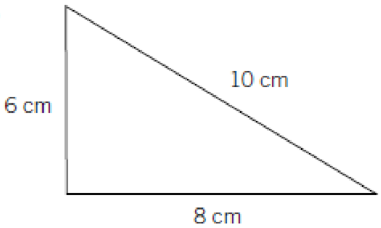


- Quan tracem la diagonal del romboide, aquest queda dividit en dos triangles.
- El triangle gris i el triangle blanc ocupen la mateixa superfície.
- Àrea triangle $= \dfrac{\text{àrea romboide}}{2} = \dfrac{b \cdot h}{2}$

$$\boxed{\textbf{Àrea triangle} = \dfrac{\boldsymbol{b \cdot h}}{\mathbf{2}}}$$

9 **Calcula l'àrea i el perímetre dels triangles.**

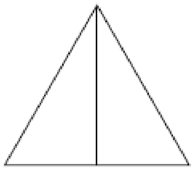
a)



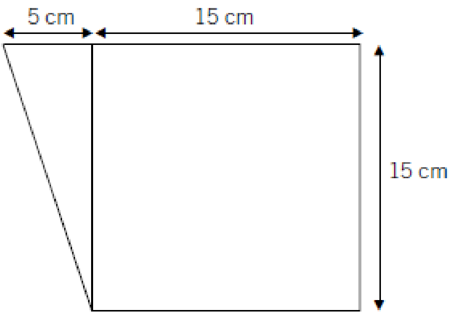
b) Triangle equilàter

Costat = 6 cm

Altura = 5,2 cm

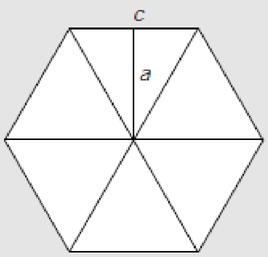


10 **Troba l'àrea de la figura següent.**

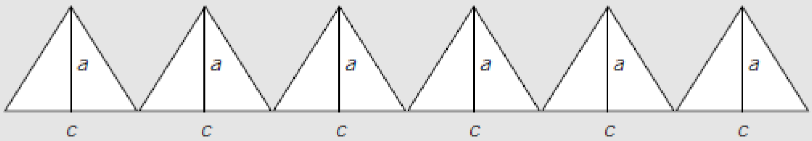


ÀREA DEL POLÍGON REGULAR

L'hexàgon regular següent es descompon en 6 triangles iguals l'altura del qual és l'apotema, *a*.



- Àrea de cada triangle $= \dfrac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \dfrac{\text{lado} \cdot \text{apotema}}{2} = \dfrac{l \cdot a}{2}$



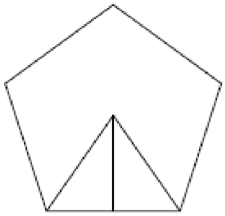
- Àrea dels 6 triangles $= 6 \cdot \dfrac{l \cdot a}{2} = \dfrac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2} = \dfrac{P \cdot a}{2}$

Perímetre de l'hexàgon $= 6 \cdot c$

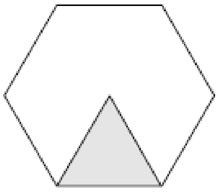
$$\boxed{\textbf{Àrea polígon regular} = \dfrac{\textbf{perímetre} \cdot \textbf{apotema}}{\mathbf{2}}}$$

11 **Calcula el perímetre i l'àrea dels polígons següents.**

a) Pentàgon regular — Costat = 5 cm; Apotema = 3,44 cm

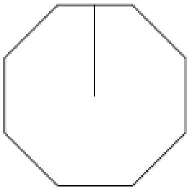


b) Hexàgon regular — Àrea del triangle = 15,6 cm^2; Costat = 6 cm

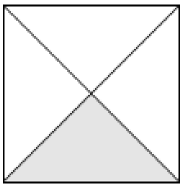


12 **Determina el perímetre i l'àrea de les figures.**

a) Octàgon regular — Apotema = 2,41 cm; Costat = 2 cm

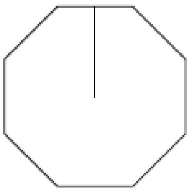


b) Quadrat — Costat = 10 cm; Àrea del triangle = 25 cm^2

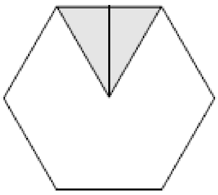


13 **Troba quant fa el costat d'aquests polígons.**

a) Octàgon regular — Àrea de l'octàgon = 1.920 cm^2; Apotema = 24 cm

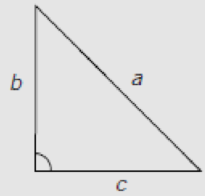


b) Hexàgon regular — Àrea de l'hexàgon = 345 cm^2; Apotema = 10 cm



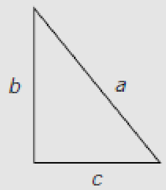
TRIANGLE RECTANGLE

- Un triangle rectangle té un **angle recte (90°)**.
- Els costats que formen l'angle recte els anomenem **catets**, ***b* i *c***.
  El costat més gran l'anomenem **hipotenusa**, ***a***.
- Exemples de triangles rectangles són l'escaire i el cartabó.



TEOREMA DE PITÀGORES

- Pitàgores va ser un científic de l'època grega que va enunciar el teorema que porta el seu nom i que afirma: «En un triangle rectangle, la hipotenusa al quadrat és igual a la suma dels quadrats dels catets».



$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$ Aïllem $\longrightarrow$ $a = \sqrt{b^2 + c^2}$

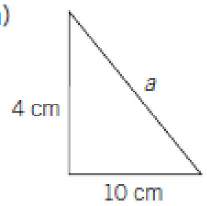
- Podem trobar els valors dels catets en funció dels altres valors:

$b^2 = a^2 - c^2$ Aïllem $\longrightarrow$ $b = \sqrt{a^2 - c^2}$

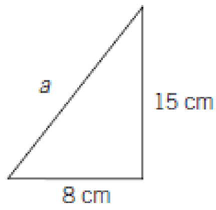
$c^2 = a^2 - b^2$ Aïllem $\longrightarrow$ $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

Calcula el valor de la hipotenusa en els triangles rectangles següents.

a)

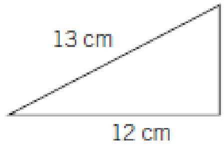


b)

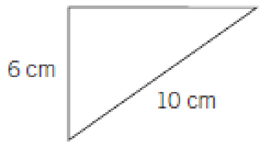


Troba el valor dels catets que falten en cada triangle rectangle.

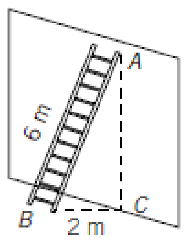
a)



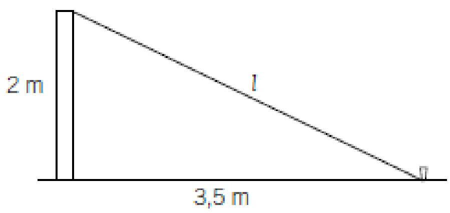
b)



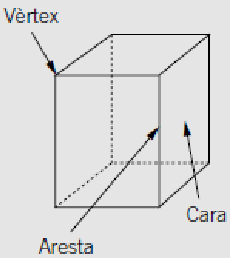
Una escala que fa 6 cm es recolza en una paret. Des de la base de l'escala fins a la paret hi ha una distància de 2 m. Troba l'altura marcada a la paret per l'escala. ***(En la figura, la distància* AC.)**



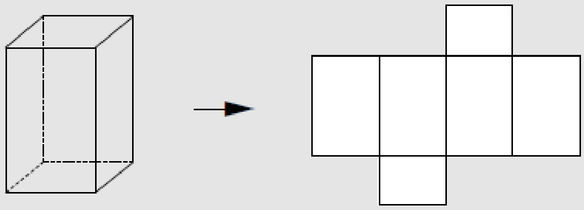
En Pere i l'Elisa volen aguantar amb una corda un pal de 2 m d'altura a una estaca que està situada a 3,5 m de la base del pal. Calcula la longitud de la corda que necessiten.



CONCEPTE DE POLIEDRE

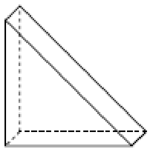
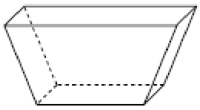
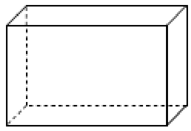


- Un **poliedre** és un cos geomètric les cares del qual són polígons.
- Els elements del poliedre són:
  Cares: polígons que limiten el poliedre (6 en la figura adjunta).
  Arestes: costats comuns a dues cares (12 en la figura adjunta)
  Vèrtexs: punts on s'uneixen més de dues cares (8 en la figura adjunta).
- La superfície del poliedre la podem estendre sobre un pla, i l'anomenem **desenvolupament** pla del poliedre.

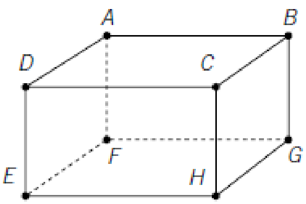


1 **Indica en els poliedres següents el nombre de cares, arestes i vèrtexs.**

POLIEDRE	NOMBRE DE CARES	NOMBRE D'ARESTES	NOMBRE DE VÈRTEXS	TIPUS DE POLÍGONS DE LES CARES
A				
B				
C				

A

B

C


3 **Fixa't en el poliedre i completa.**



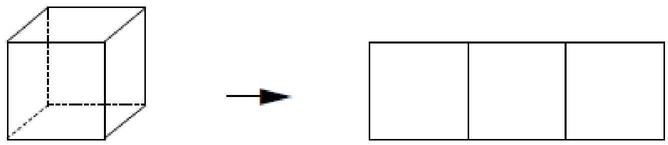
Els vèrtexs són: A, B, ...

Les arestes són: AB, BC, ...

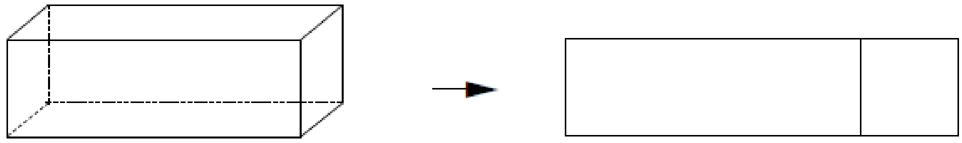
Les cares són: ABCD, ...

4 **Completa els desenvolupament pla dels poliedres següents.**

a)

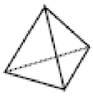
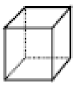
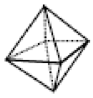
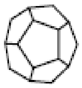
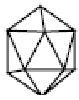
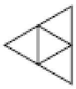
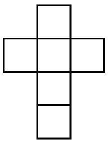
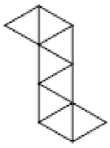
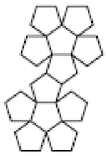
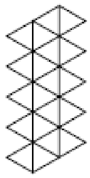


b)



POLIEDRES REGULARS

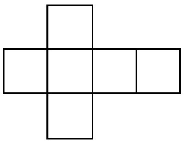
- Són els poliedres les cares dels quals són polígons regulars (cares i angles iguals). En cada vèrtex del poliedre concorre el mateix nombre de cares.
- Existeixen 5 poliedres regulars, que són:

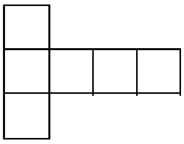
TETRAEDRE	HEXAEDRE O CUB	OCTOEDRE	DODECAEDRE	ICOSAEDRE
4 cares. Triangles equilàters	6 cares. Quadrats	8 cares. Triangles equilàters	12 cares. Pentàgons regulars	20 cares. Triangles equilàters
				
				

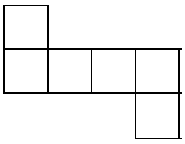
8 **Indica si són verdaderes o falses (V o F) les afirmacions següents.**

a) La suma de les cares i els vèrtexs del cub és 12.
b) El nombre més petit de cares d'un poliedre és 4.
c) El dodecaedre té 12 cares, que són triangles equilàters.
d) En un poliedre regular, totes les cares són iguals.
e) El nombre d'arestes del cub i de l'octaedre és el mateix.

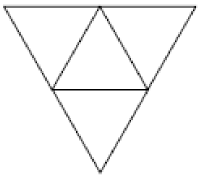
9 **Indica amb quin desenvolupament pla es podria construir un ....**

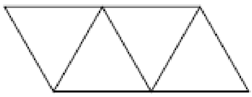
a) 

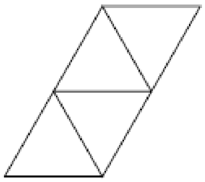
b) 

c) 

10 **Indica amb quin desenvolupament pla es podria construir un ....**

a) 

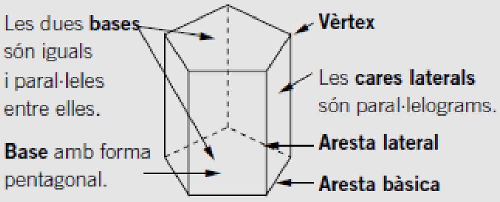
b) 

c) 

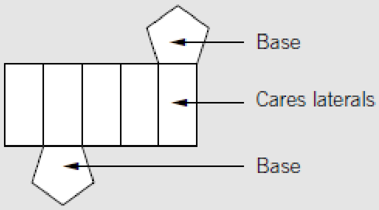
CONCEPTE DE PRISMA

Un prisma és un poliedre format per dues bases iguals i paral·leles, les cares laterals dels són paral·lelograms.

Elements del prisma



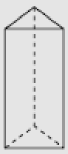
Desenvolupament pla del prisma



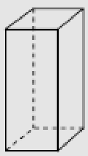
TIPUS DE PRISMES

Els prismes els anomenem en funció dels costats de les bases.

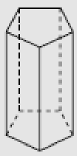
Prisma triangular



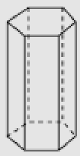
Prisma quadrangular



Prisma pentagonal



Prisma hexagonal



1 **Anomena, en aquests prismes, els seus elements: bases, vèrtexs, cares i arestes.**

a) Prisma triangular

b) Prisma hexagonal

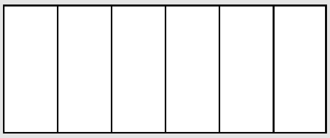
ÀREA D'UN PRISMA RECTE

A partir del desenvolupament del prisma recte podem calcular-ne l'àrea. Distingim dues parts:

Àrea lateral

– És la suma de les àrees de les seves cares.

– El seu desenvolupament és sempre un rectangle. Un dels costats del rectangle coincideix amb el perímetre de la base, i l'altre, amb l'altura del prisma.



$\boldsymbol{A_L = P_B \cdot h}$

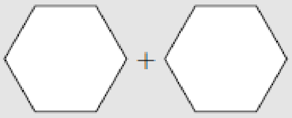
Àrea de les bases

– Les bases del prisma són polígons regulars.

– El prisma té 2 bases iguals.

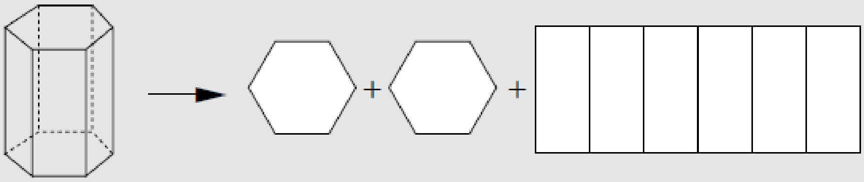
– L'àrea d'un polígon és:

$$\text{Àrea d'un polígon} = \frac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{P \cdot a}{2}$$



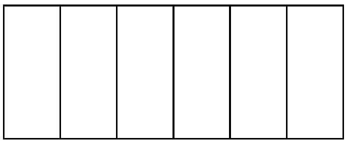
$\boldsymbol{A_B = \frac{P \cdot a}{2}}$

Àrea total del prisma $\boxed{A_T = A_L + A_B + A_B = A_L + 2 \cdot A_B}$

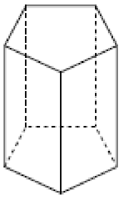


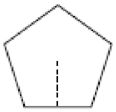
EXEMPLE

Calcula l'àrea total d'un prisma de base pentagonal, si saps que la seva altura és de 7 dm, el costat de la base fa 3 dm i l'apotema del polígon de les bases fa 2 dm.



$$A_{\text{Lateral}} = P_B \cdot h = (3 \cdot 5) \cdot 7 = 15 \cdot 7 = 105 \text{ dm}^2$$





$$A_{\text{Base}} = \frac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{(3 \cdot 5) \cdot 2}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ dm}^2$$

$$\boxed{A_T = A_L + 2 \cdot A_B = 105 \text{ dm}^2 + 2 \cdot 15 \text{ dm}^2 = 135 \text{ dm}^2}$$

2 Calcula l'àrea total d'un prisma hexagonal, si saps que:

- La seva altura és 10 dm.
- El costat del polígon fa 4 dm.
- L'apotema del polígon de la base fa 3,5 dm.

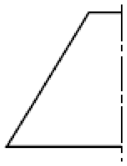
Fes a escala el dibuix del prisma i el seu desenvolupament.

3 Obtingues l'àrea total d'un prisma quadrangular l'altura del qual és 8 dm i el costat del quadrat de la fa base fa 4 dm. Fes a escala el dibuix del prisma i el seu desenvolupament.

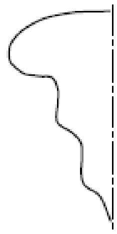
4 Calcula l'àrea d'un cub que té 7 cm de costat.

1 Dibuixa la figura que s’origina quan girem sobre l’eix.

a)



b)



2 Associa cada figura de gir amb l’objecte que s’origina.